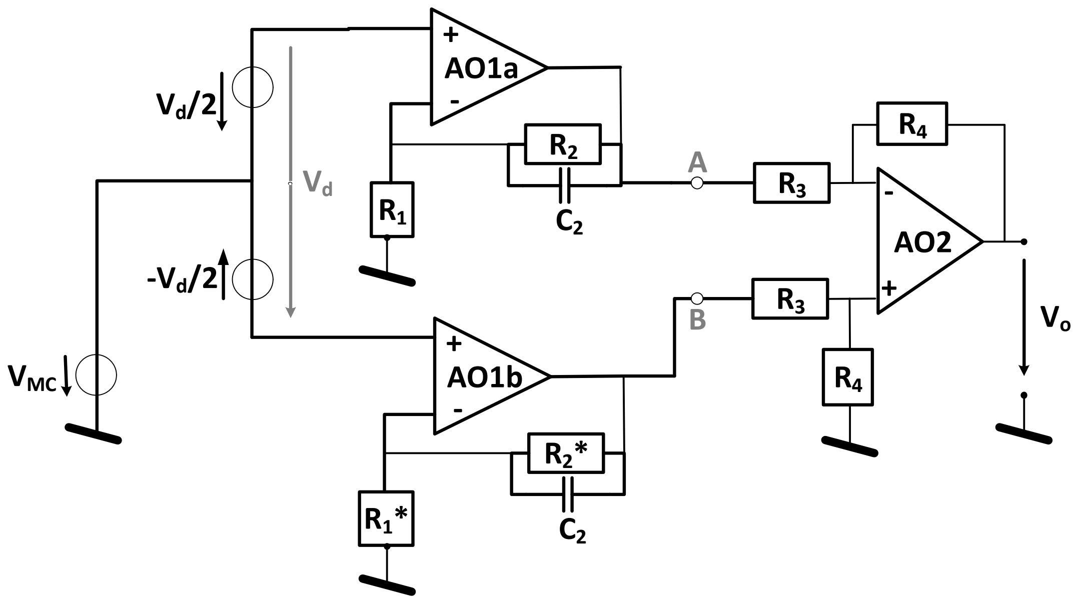
NOM: **PRENOM:** **N° Place :........**

Examen **Durée 2h00 (8h15 à 10h15)**

Seuls les résultats finaux encadrés sont donnés

1. Applications de l'AO (Amplificateur différentiel)

Soit le circuit :



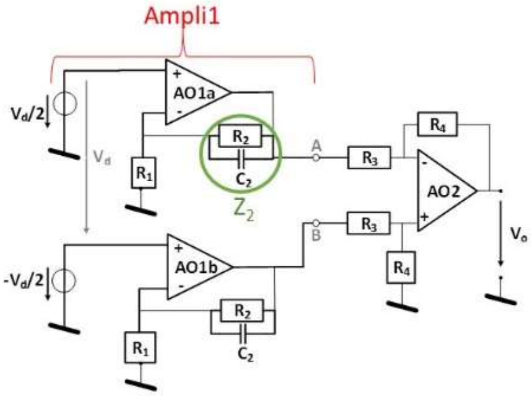
Où V_d = Signal différentiel.
V_{MC} = Signal mode commun.

Cas 1 : Résistances parfaitement appariées ($R_1^* = R_1$, $R_2^* = R_2$)

20

a- Donner l'expression des fonctions de transfert du premier étage $\mathbf{H_1(j\omega) = (V_A - V_B)/V_d}$ et du deuxième étage $\mathbf{H_2(j\omega) = V_o/(V_A - V_B)}$. Déduire l'expression $\mathbf{H_t(j\omega) = V_o/V_d}$ en indiquant les **pôles**, les **zéros** et le gain différentiel maximal $\mathbf{G_{diff} = Max(|H_t(j\omega)|)}$.

Ici on s'intéresse au gain différentiel donc on peut négliger le mode Commun (V_{MC} =0) le circuit devient :



$Z_2 = \frac{R_2}{1+j\omega\ {}_2C_2}$ **(Formulaire des impédances)**

Ampli 1 est amplificateur non inverseur est donc sa fonction de transfert (cours AO slide 21) est :

$$\frac{V_A}{V_d/2} = \frac{R_1+Z_2}{R_1} = \frac{R_1+\frac{R_2}{1+j\omega R_2C_2}}{R_1} = \frac{R_1(1+j\omega R_2C_2)+R_2}{R_1(1+j\omega R_2C_2)} = \frac{(R_1+R_2)}{R_1}\frac{1+j\omega C_2(R_1//R_2)}{1+j\omega C_2R_2}$$

De même pour l'ampli 2

$$\frac{V_B}{-V_d/2} = \frac{R_1+Z_2}{R_1} = \frac{(R_1+R_2)}{R_1}\frac{1+j\omega C_2(R_1//R_2)}{1+j\omega C_2R_2}$$

Or $H_1(j\omega) = \frac{V_A-V_B}{V_d} = \frac{V_A}{V_d} + \frac{V_B}{-V_d} = \frac{(R_1+R_2)}{R_1}\frac{1+j\omega C_2(R_1//R_2)}{1+j\omega C_2R_2}$

Rq : de manière générale le gain différentiel $H_1(j\omega) = \frac{V_{o+}-V_{o-}}{V_{i\pm}-V_{i-}} = \frac{V_{o+}}{V_{i\pm}} = \frac{V_{o-}}{V_{i-}}$

$$puisque\ V_{i\pm} = -V_{i-}\ et\ V_{o\pm} = -V_{o-}$$

H1(jω) = $\frac{(R_1+R_2)}{R_1}\frac{1+j\omega C_2(R_1//R_2)}{1+j\omega C_2R_2} = 1+\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1+j\omega C_2R_2}$ 1

Le 2ième étage est un amplificateur de différence (cours « application PPG, ECG slide 18 »)

H2(jω) = $-\frac{R_4}{R_3}$

Ht(jω) = $-\frac{R_4}{R_3}\frac{(R_1+R_2)}{R_1}\frac{1+j\omega C_2(R_1//R_2)}{1+j\omega C_2R_2}$

1

NOM: **PRENOM:** **N° place :..........**

Les pôles ω_{pi} : $\dfrac{1}{C_2R_2}$ **f_p= 1 kHz**
Les zéros ω_{zi} : $\dfrac{R_1+R_2}{C_2(R_1R_2)}$ **f_z ~ 10 kHz**
G_{diff} = $\dfrac{R_4}{R_3}\ \dfrac{(R_1+R_2)}{R_1}$ 1 *(un traçage grossier du digramme de Bode montre que c'est bien le* ***Max de*** ***$\|H_t(j\omega)\|$*** *)*

1

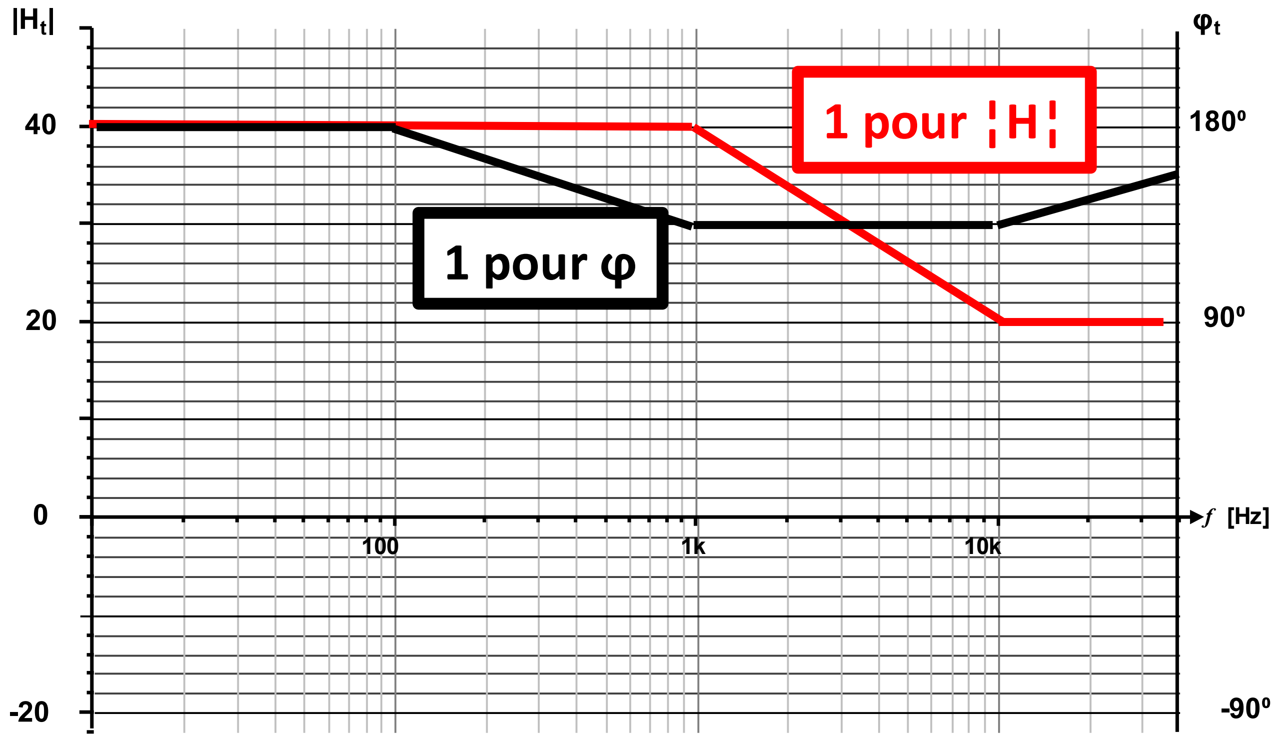
b- Calculer la valeur de **R_2** et de **R_4** permettant d'obtenir un gain différentiel G_{diff} de 40 dB distribué équitablement entre le premier et le deuxième étage (prendre $R_1 = R_3 = 1$ [kΩ]).

R_2 = **9 kΩ** ; **R_4 = 10 kΩ** 1

c- Calculer la valeur de **C_2** pour avoir le pôle à 1kHz.

C_2 = 17.7 nF 1

d- Tracer le diagramme de **Bode en amplitude et en phase** de $H_t(j\omega)$.

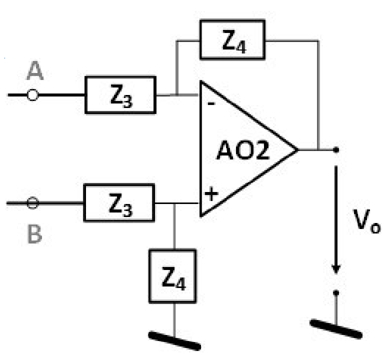


2. Filtrage

a- Ajouter **une paire de capacité au deuxième étage** du circuit pour permettre un filtrage base fréquences en dessous de 100 Hz et donner **la valeur C_f des capacités ajoutées**.

Le 2ième étage est un amplificateur de différence (cours application PPG, ECG slide 18) sa fonction de transfert généralisée est:

$$H_2(j\omega) = -\frac{Z_4}{Z_3}$$

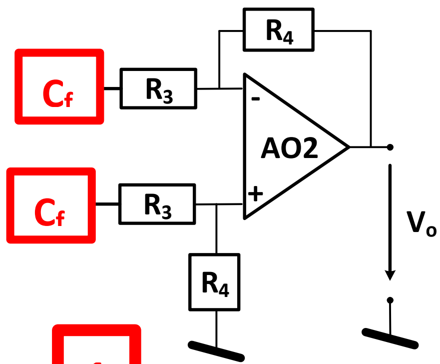


Pour filtrage basse fréquence, le diagramme de Bode doit avoir la forme en suivante ce qui correspond à renversé verticalement par rapport à l'axe des fréquences. Par conséquent, c'est Z_3 (dénominateur) qui doit correspondre à cette forme et donc à une résistance en série avec une capacité (Formulaire des impédances). Z_4 ne doit pas changer la forme donc une résistance (= R_4) suffit.

Avec $Z_3 = \frac{1+j\omega R_3 C_f}{j\omega C_f}$ est donc $H_2(j\omega) = -\frac{R_4}{Z_3} = -\frac{j\omega C_f R_4}{1+j\omega R_3 C_f}$

Schéma avec C_f :

1



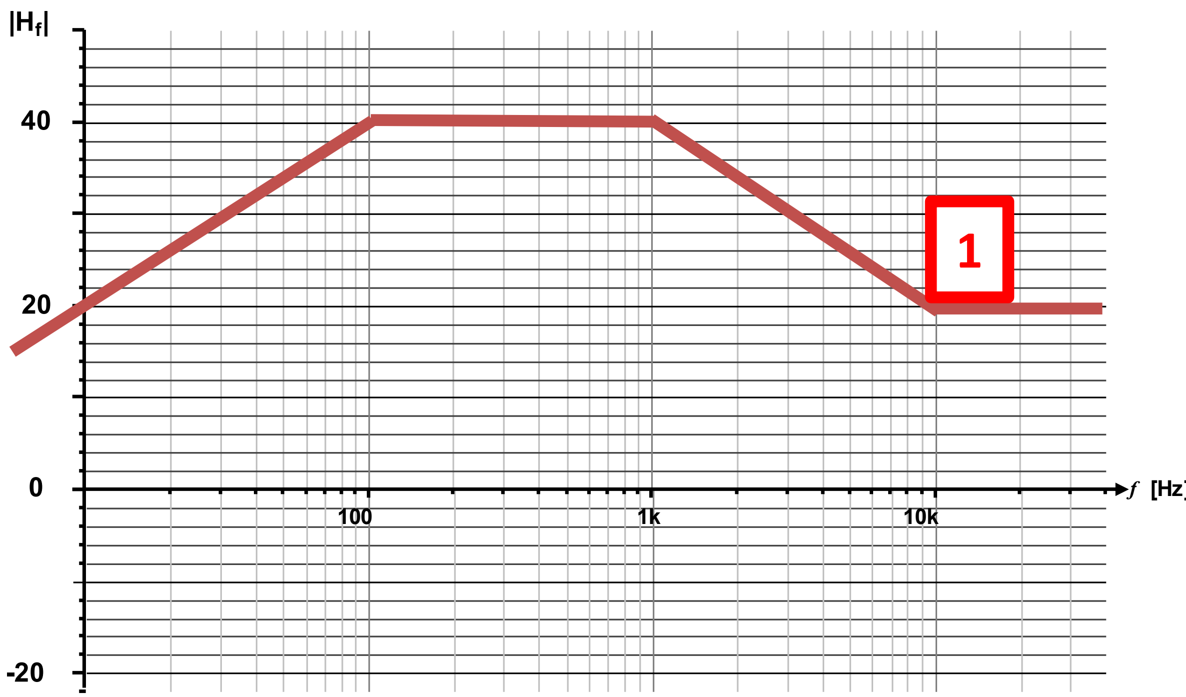
$C_f = 1/(2\pi R_3 F_f) = \ \ 1.59\ \mu$ 1

b- Etablir l'expression analytique de la nouvelle fonction de transfert **H_f (jω)= V_o /V_d,** en mettant en évidence **les pôles** et **les zéros** et tracer son diagramme de **Bode en amplitude**.

1

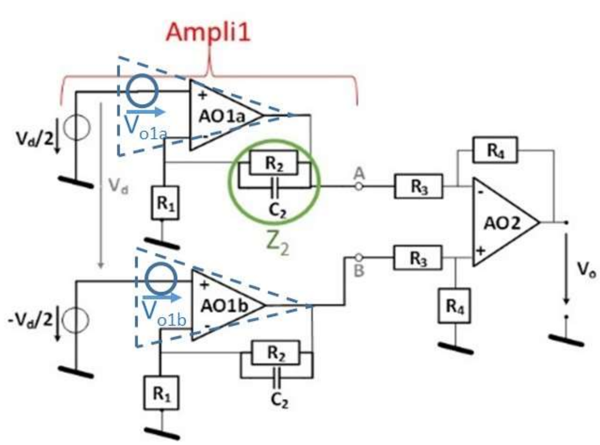
H_f(jω) =	$-\dfrac{R_4(R_1+R_2)}{R_3R_1}\dfrac{1+j\omega C_2(R_1//R_2)}{1+j\omega C_2R_2}\dfrac{j\omega C_fR_3}{1+j\omega C_fR_3} = -\dfrac{(R_1+R_2)}{R_1}\dfrac{1+j\omega C_2(R_1//R_2)}{1+j\omega C_2R_2}\dfrac{j\omega C_fR_4}{1+j\omega C_fR_3}$
<u>**Les pôles ω$_{pi}$:**</u>	$\omega p1 = \dfrac{1}{C_2R_2}$ $\qquad \omega p2 = \dfrac{1}{C_fR_3}$
<u>**Les zéros ω$_{zi}$:**</u>	$\omega z1 = \dfrac{R_1+R_2}{C_1(R_1R_2)}$ $\qquad \omega z2 = \dfrac{1}{C_fR_{3,4}}$

1

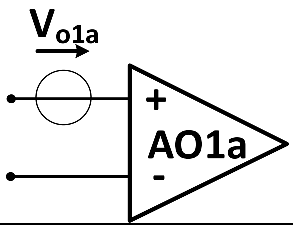


3. Imperfections de l'AO : (pour cette partie considérer le circuit de la page 1)

a- Etablir l'expression de Vo, en tenant compte des tensions d'offset (V_{o1a}, V_{o1b}) des amplificateurs du premier étage. (Suivre le model donné ci-dessous en considérant toujours $\mathbf{R_1^* = R_1}$, $\mathbf{R_2^* = R_2}$)



La tension de décalage ou «offset» est l'une des principales imperfections d'un AmpliOp réel. Elle se manifeste par une tension Vo continue entre son entrée + et son entrée - . Elle est due à un défaut de symétrie causé par à un pareillement imparfait des transistors de l'AmpliOp. Quand on l'ajoute au schéma, on remarque qu'elle s'ajoute (ou se soustrait) directement aux signaux différentiels d'entrée. Elle est donc amplifiée par le même gain. Elle engendre une tension continue qui peut saturer la sortie de l'AmpliOp (le pousser vers + Vcc ou - Vcc) surtout si son gain est grand.



D'après le schéma en haut on démontre facilement que :

1 1

$$\mathbf{Vo} = -\frac{R_4(R_1+R_2)}{R_3R_1}\frac{1+j\omega C_2(R_1//R_2)}{1+j\omega C_2R_2}\left(V_d - V_{o1a} + V_{o1b}\right)$$

Rq : L'offset étant continu, la tension engendrée par son effet à la sortie est :

$\boldsymbol{V_{o,offset}} = \frac{R_4(R_1+R_2)}{R_3R_1}\left(-V_{o1a} + V_{o1b}\right)$*. D'autre part, on ne sait pas si l'offset d'un AO sera positif ou négatif. On ne connait que sa valeur absolue maximale donnée les fabricants (ex : 7.5mV pour LM 741). On peut donc dire, si c'est des LM 741 qui sont utilisé, qu'au pire des cas :*

$V_{o,offset\ max} = \pm\frac{R_4(R_1+R_2)}{R_3R_1}\left(|V_{o1a,max}| + |V_{o1b,max}|\right) = \pm 1.5V.$

Cas 2 : Résistances non appariées : $R_1^* \neq R_1$, $R_2^* \neq R_2$ (pour cette partie ignorer l'offset).

b- Donner le gain en mode commun, basse fréquence: $\mathbf{G_{MC} = V_o/V_{MC}}$. (Pour cette question V_d est annulée et les capacités C_2 déconnectées).

$$\mathbf{G_{MC}} = -\frac{R_4}{R_3}\left(\frac{(R_1+R_2)}{R_1} - \frac{(R*_1+R*_2)}{R*_1}\right) = -\frac{R_4}{R_3}\left(\frac{R_2}{R_1} - \frac{R*_2}{R*_1}\right) \quad \boxed{1}$$

c- Calculer le gain en mode commun $\mathbf{G_{MC}}$ et le taux de réjection du mode commun $\mathbf{TRMC_{dB}}$, en supposant que $R_1^* = R_1(1\text{-}10\%)$, $R_2^* = R_2(1+10\%)$. L'effet de l'appariement imparfait des résistances sur le gain différentiel est négligé **par simplification**.

G_{MC} = -20 ≡ 26 dB ; G_{diff} = 40 dB → $TRMC_{dB}$ = (40-26) dB = 14 dB

1

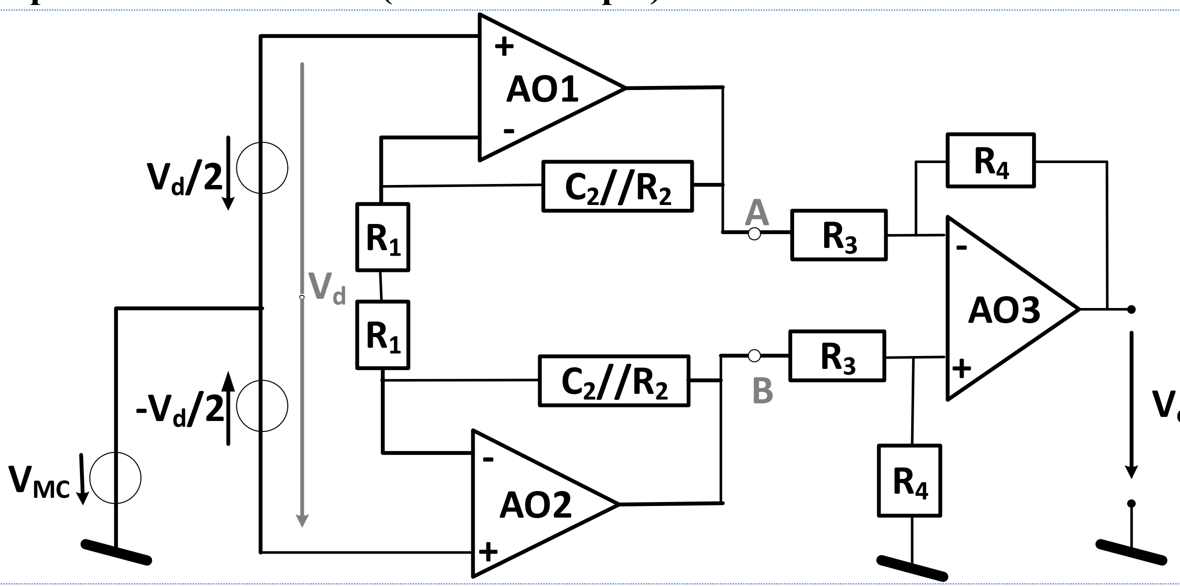
d- Donner l'expression de **R₂*** permettant d'annuler l'effet mode commun.

R_2^* = $$R_2 \frac{R*_1}{R_1} = 9k.\ 0.9/1 = 8100\ \Omega$$ 1

e- Proposer une **amélioration du schéma de l'amplificateur** rendant cet appariement imparfait des résistances de l'étage d'entrée sans effet sur le mode commun**. Expliquer** votre choix

Schéma amélioré :

Ampli d'instrumentation (slides 21 Chap 5)



1

Explication :

En MC, i(R1) = 0 → $V_A = V_B = V_{MC}$ quel que soit la différence entre Ri et Ri* du premier étage et donc seul le pareillement des résistances du deuxième étage engendre une amplification du mode commun.

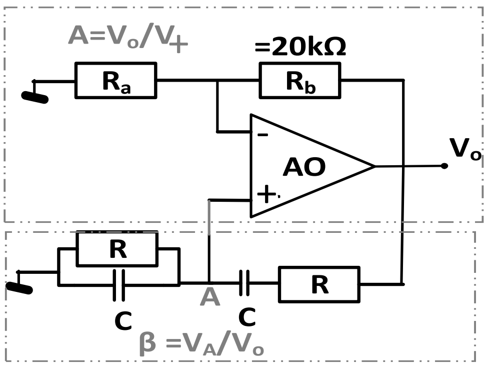
1

NOM: **PRENOM:** **N° place :** ....

4- Oscillateur:

7

Soit l'oscillateur ci-dessous:



a. Prévoir théoriquement la fonction de transfert : $\beta(i\omega) = \frac{V_A}{V_o}$

b. Donner la valeur de RC pour que la fréquence d'oscillation soit égale à fo = 1kHz, en expliquant brièvement la démarche suivie.

c. En déduire le module |β(jωo)| à la fréquence d'oscillation.

d. Donner la condition sur la **valeur de R_a** pour amorcer l'oscillation ainsi que sa valeur à l'équilibre.

e. Pour Ra, doit-en choisir une R_{NTC} (résistance dont la valeur diminue avec la température) ou une R_{PTC} (résistance dont la valeur augmente avec la température). Expliquer brièvement votre choix.

f. Déterminer les pôles et les zéros de cette fonction de transfert

Rq : *(Utiliser l'identité remarquable :*

$aX + bX + c = (X - x1)(X - x2) = x1x2(1 + X - x1 /)(1 + X - x2 /)$, *x1 et x2 sont les racines du trinôme.*)

g. Tracer le diagramme de Bode en phase est en amplitude sur un papier Lin-Log

a.

$$\boldsymbol{\beta(i\omega) = \frac{V_A}{V_o} = \frac{j\omega RC}{1 + (j\omega RC)^2 + 3j\omega RC}}$$

1

b.

$$\rightarrow Arg\left(\beta(i\omega_o)\right) = \ 90° \text{ - Arctg } (3RC\omega_o/(1-(\omega_o RC)^2)) \ = 0$$

$$1-(\omega_o RC)^2 = 0 \ \rightarrow \ \omega_o = \frac{1}{RC} = 2\pi f_0 \qquad \boldsymbol{RC = \frac{1}{2\pi f_0} = 159\mu s}$$

1

c.

$$\boldsymbol{|\beta(i\omega_0)| = \left|\frac{j1}{3j1}\right| = \frac{1}{3} \qquad (\equiv -9.54dB)}$$

1

d.

$$|\beta(i\omega_0)| = \left|\frac{j1}{3j1}\right| = \frac{1}{3} \rightarrow \text{A} = 1 + \frac{R_b}{R_a} > 3 \rightarrow \boldsymbol{R_a = \frac{R_b}{2} < 10\ k\Omega}$$

1

e.

$$R_a \ est\ une\ R_{PTC}$$

Explication : Amplitude ↗ et donc T ↗ le gain doit ↘ et donc Ra ↗

1

e.

$$\beta(i\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + (j\omega RC)^2 + 3j\omega RC}$$

Changement de variable X= jωRC → le dénominateur devient X2 + 3X + 1 dont les racines sont sont $x_1 = -\frac{3+\sqrt{5}}{2} = -2.62$ **et** $x_2 = -\frac{3-\sqrt{5}}{2} = -0.38$ **et donc :**

$$(j\omega RC)^2 + 3j\omega RC + 1 = (j\omega RC + 2.62)(j\omega RC + 0.38) = \underbrace{2.62 \times 0.38}_{=1}\left(1 + \frac{j\omega RC}{2.62}\right)\left(1 + \frac{j\omega RC}{0.38}\right)$$

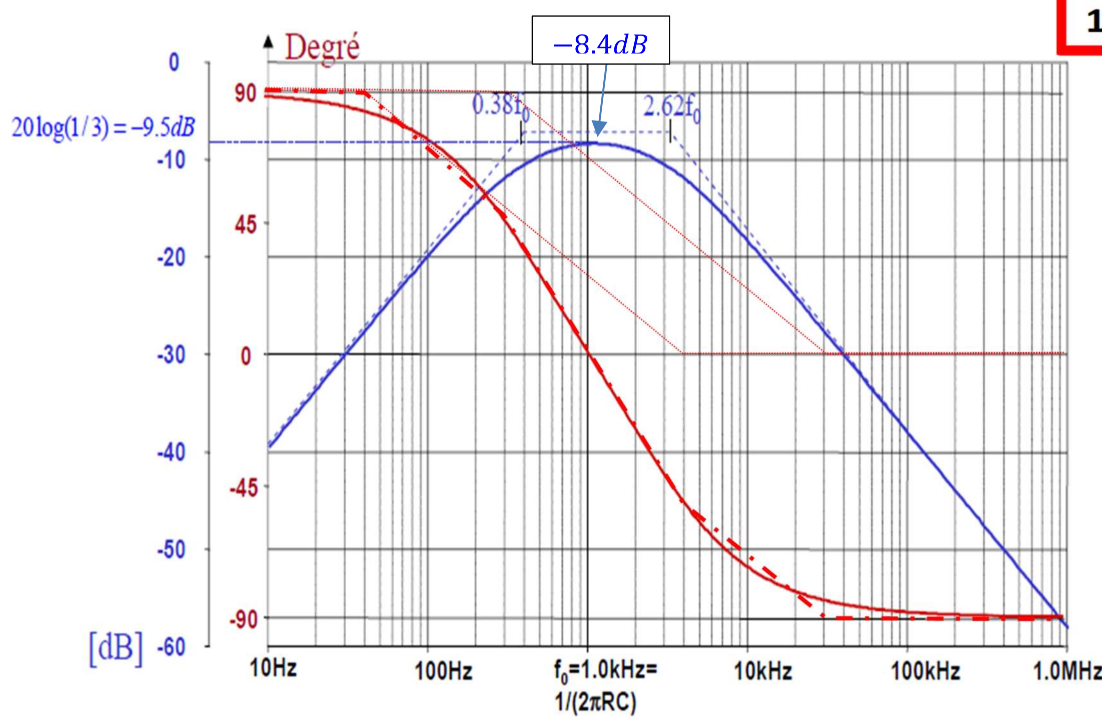
$$\rightarrow \beta(i\omega) = \frac{j\omega RC}{\left(1 + \frac{j\omega RC}{2.62}\right)\left(1 + \frac{j\omega RC}{0.38}\right)}$$

Nous avons donc un zéro et deux pôles : $\omega_z = \frac{1}{RC}$; $\omega_{p1} = \frac{0.38}{RC}$ *et* $\omega_{p2} = \frac{2.62}{RC}$

$\boxed{1}$

f.

$\boxed{1}$



La valeur maximale du diagramme de Bode (asymptote verticale) est:

$$A_0 = Max\left|\frac{\frac{j\omega}{\omega_z}}{1+\frac{j\omega}{\omega_{p1}}}\right| = \left|\frac{\omega_{p1}}{\omega_z}\right| = 0.38(ou - 8.4dB)$$